2.5.2. Quadraturamplitudenmodulation (16-QAM)

[Hinweis: Dieses Dokument ist ein Auszug aus dem Vorlesungsskript "Digitale Modulationsverfahren in der Nachrichtentechnik" von Dipl.-Ing. (FH) Daniela Kienert]

Es handelt sich, genau betrachtet, um eine Umtastung⁴⁸, welche in der Fachliteratur⁴⁹ mehrheitlich als Quadraturamplitudenmodulation⁵⁰ (QAM) bezeichnet wird. Die QAM ist ein in der Übertragungstechnik wichtiges digitales Modulationsverfahren, welches den Träger in zwei seiner Parameter im Sinne der zu transportierenden Information verändert: Amplitude und Phasenwinkel. Es wird in der Funktechnik, z. B. Richtfunk, Mobilfunktechnik, WLAN, eingesetzt. Eine interessante Kritik zur Bezeichnung des Verfahrens und der Vorschlag zur Nutzung der aussagekräftigen Bezeichnung Quadraturamplitudenumtastung (QAPSK) finden sich bei Mäusl⁵¹. Da sich diese Bezeichnung jedoch nicht durchsetzen konnte, wird hier im Sinne des Lesers durchgehend die gängige Bezeichnung verwendet.

Pro Symbol können m-wertige QAM-Signale (mQAM) n Bit, die 16-QAM wegen $n = log_2(m)$ vier Bit, gleichzeitig übertragen (Vgl. Gleichung 2.34). Im Signalkonstellationsraum sind folglich 16 unterschiedliche Symbole (Phasen-Amplitudenzustände) darstellbar. Aus m = 16 ergibt sich die Kurzbezeichnung 16-QAM.

Wegen n = 4 unterscheiden sich Bit- und Symbolrate wie in Gleichung 2.28 angegeben (mit Bitrate v_b , Symbolrate v_s und Bitanzahl pro Symbol n):

$$v_b = n \cdot v_s \qquad \qquad v_b = 4 \cdot v_s \tag{2.28}$$

In der Nachrichtentechnik werden derzeit mehrstufige QAMs mit Wertigkeiten von

⁴⁸Frohberg, 2008, S. 123 oben

⁴⁹z. B. Freyer, 2015, S. 200; Pehl, 2001, S. 266

⁵⁰Hinweis: Es gibt auch eine analoge QAM.

⁵¹Mäusl, 2002, S. 211

 $m = \{16, 64, 256\}$ genutzt (Vgl. Abbildung 2.44). An der Entwicklung und technischen Umsetzung von 512- und 1024-QAMs wird wegen der wachsenden Anforderungen in Bezug auf Kanaleffizienz seit Jahren gearbeitet. ⁵²



Abbildung 2.44.: Symbolkonstellationen verschiedenwertiger QAMs (entnommen aus Xiong, 2006, S. 456)

In Abbildung 2.45 sind die Graphen der Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_e^{53} für sechs verschiedenwertige QAM-Verfahren zu sehen. Bei der hier vorgestellten 16-QAM werden, wie berechnet wurde (Gleichung 2.34), vier Bit auf ein 16-QAM-Symbol und bspw. bei der 256-QAM acht Bit auf ein 256-QAM-Symbol abgebildet (Gleichung 2.29).

$$n = log_2(m)$$

 $n = log_2(256)$
 $n = 8$ (2.29)

Es ist ablesbar, dass die Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_e mit zunehmender Wertigkeit steigt, wenn das Signal-Rausch-Leistungsverhältnis $\frac{E_b}{N_0}$ gleich bleibt.

Des Weiteren ist ersichtlich, dass man die gleiche P_e nur durch Vergrößerung des

⁵²Freyer, 2015, S. 200 unten

⁵³in der Abbildung mit P_b gekennzeichnet und logarithmisch aufgetragen

Verhältnisses von $\frac{E_b}{N_0}$ erreichen kann, was in der Praxis an Grenzen stößt. Weitere Ausführungen hierzu finden sich in Abschnitt 2.6.



Abbildung 2.45.: Vergleich der Fehlerwahrscheinlichkeit verschiedenwertiger QAMs (entnommen aus Xiong, 2006, S. 466)

Im Vergleich zum lediglich die Phase verändernden PSK erfordert ein Amplitude und Phase modulierendes Verfahren bei gleicher Wertigkeit und Bitfehlerwahrscheinlichkeit weniger Leistung. Es muss jedoch mit erhöhtem Schaltungsaufwand realisiert werden. Auch die aus dem Verzicht der Modulation der Amplitude resultierende hohe Störfestigkeit des PSK geht bei in Amplitude und Phase modulierten Signalen verloren.⁵⁴

Werden die Konstellationsdiagramme beider Verfahren miteinander verglichen, ist feststellbar, dass beim mPSK die Symbole ausschließlich auf dem Einheitskreis platziert, beim mQAM jedoch in der Ebene eines kartesischen Koordinatensystems (Vgl. z. B. Abbildungen 2.39 und 2.53) angeordnet sind.

⁵⁴Pehl, 2001, S. 267 oben

Eine Gegenüberstellung zweier Modulationsverfahren, bzw. ihrer Symbolkonstellationen innerhalb vergleichbaren Raumes, findet sich bei Freyer:⁵⁵ "Ein Vergleich zwischen acht- und höherwertigen Formen von QAM mit PSK zeigt, dass bei gleicher Wertigkeit die Bereiche für Störbeeinflussung bei QAM größer sind, was auch kleinere Mindestwerte für den Signal-Rausch-Abstand bedeutet." Das Problem verdeutlicht Abbildung 2.46, wenn man die Abstände der drei dunkelgrau markierten Symbolgebiete von 16-QAM und 16-PSK direkt vergleicht.



Abbildung 2.46.: Vergleich der Symbolkonstellation im selben Raum zwischen 16-QAM und 16-PSK (entnommen aus Freyer, 2015, S. 201)

Die digitale QAM nutzt zwei um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschobene Trägersignale, welche innerhalb eines I-Q-Modulators (Vgl. Abbildung 2.48) verzweigt sind. Die in Abbildung 2.47 zusammengefassten Grafiken veranschaulichen den zwischen beiden Zweigen, bzw. Kanälen bestehenden mathematischen Zusammenhang sowie ihre Darstellung im Koordinatensystem.



Abbildung 2.47.: Zusammenhang Sinus und Kosinus, bzw. I- und Q-Komponente

⁵⁵Freyer, 2015, S. 201, Mitte

Wegen des trigonometrischen Zusammenhangs⁵⁶ $sin(x + \frac{\pi}{2}) = cos(x)$ lassen sich die Trägersignale auch als Sinus- (In-Phase-Komponente) und Kosinussignal (Quadratur-Phase-Komponente) bezeichnen und daher wie folgt darstellen (Gleichungen 2.30 und 2.31):

In-Phase-Komponente:

$$s_{TI}(t) = \hat{s}_T \cdot sin(\omega_T \cdot t)$$

$$s_{TI}(t) = \hat{s}_T \cdot cos(\omega_T \cdot t - \frac{\pi}{2})$$
(2.30)

Quadratur-Phase-Komponente:

$$s_{TO}(t) = \hat{s}_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \tag{2.31}$$





Das in Abbildung 2.48 beispielhaft dargestellte Funktionsprinzip einer 16-wertigen

⁵⁶Stöcker, 1999, S. 247 unten

Quadraturamplitudenmodulation soll nun beschrieben werden.

Der über einen Seriell-Parallel-Umsetzer in zwei Binärsignale aufgeteilte und einem Codierer zugeführte Datenstrom (Gleichungen 2.32 und 2.33) wird gefiltert dem Eingang des I-Q-Modulators zugeführt.

Die beiden vom S/P-Umsetzer produzierten Binärsignale:

$$s_I(t) = \sum_{n=1}^{i} \hat{s}_{In} \cdot g(t - nT_s)$$
(2.32)

$$s_Q(t) = \sum_{n=1}^{i} \hat{s}_{Qn} \cdot g(t - nT_s)$$
(2.33)

mit \hat{s}_{In} und $\hat{s}_{Qn} \in \{0, 1\}, \ n = 1, 2, 3, ..., i \ \text{ und } i \to \infty$

Genauer formuliert⁵⁷, erfährt nicht nur die Signalform im Codierer eine Optimierung (unipolar \rightarrow bipolar), sondern ebenfalls die Impulsform (Rechteck-Impulsform \rightarrow Nyquist-Impulsform, Vgl. Abschnitt 2.1).

Bei der 16-wertigen QAM liegen wegen des Zusammenhangs zwischen der Wertigkeit des digitalen Modulationsverfahrens und der Anzahl der zu modulierenden Binärdatenströme (Gleichung 2.34) vier zu modulierende leitungscodierte Binärsignale b_1 , b_2 , b_3 und b_4 am Eingang des I-Q-Modulators an (Abbildung 2.48).

• ()

$$n = log_2(m)$$

$$n = log_2(16)$$

$$n = 4$$
(2.34)

mit Anzahl der binären Signale n und Wertigkeit der QAM m

⁵⁷Durch eine zu detaillierte Sichtweise an dieser Stelle gebe es den Nachteil, dass die Amplitudenwerte auf 0.707 und -0.707 zu korrigieren wären, daher wird an dieser Stelle vereinfacht.

Für jedes dieser vier Eingangssignale wird ein einfach multiplizierender Modulator benötigt. Jeweils paarweise erfolgt eine Zuordnung der Signale zum I- oder Q-Kanal, sodass jedem Kanal⁵⁸ ein Signalpaar zugeführt wird. Die in Abbildung 2.48 mit b_1 und b_2 bezeichneten Signale werden dem I-Kanal, die anderen beiden dem Q-Kanal zugeordnet. Die Signalpaare sind innerhalb des I-Q-Modulators wegen der zwischen den beiden vom Trägergenerator des I-Q-Modulators gelieferten HF-Sinussignale bestehenden Phasenverschiebung unterscheidbar und innerhalb eines Kanals (Zweiges) wegen ihrer unterschiedlichen Amplituden.

Die Kanalzuordnung wird erreicht, indem beide dem I-Kanal zugewiesene Binärsignale (getrennt voneinander) mit dem Sinusträger (Gleichung 2.30) und die beiden Signale des Q-Kanals in gleicher Weise mit dem um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschobenen Sinusträger, bzw. Kosinusträger,⁵⁹ (Gleichung 2.31) multipliziert werden (Gleichung 2.37).

Die Nyquist-Impulsfolge, mit welcher multipliziert wird, um Signalfolgen zu erhalten, kann wie folgt angegeben werden (Gleichung 2.35):

$$g(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \le t \le T_s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(2.35)

mit Symboldauer T_S

Mathematisch lässt sich somit ein QAM-moduliertes Signal wie folgt darstellen (Gleichung 2.36):

$$s_{QAM}(t) = \sum_{n=1}^{i} \hat{s}_{mn} \cdot \sin(\omega_T t + \varphi_{mn}) \cdot g(t - nT_s)$$

= $\sum_{n=1}^{i} \hat{s}_{mn} \cdot (\cos \varphi_{mn} \cdot \sin \omega_T t + \sin \varphi_{mn} \cdot \cos \omega_T t) \cdot g(t - nT_s)$ (2.36)

⁵⁸Hinweis: Kanal meint hier einen Zweig innerhalb des I-Q-Modulators, der zur getrennten Modulation beider Signale verwendet wird und darf keinesfalls mit dem Übertragungskanal verwechselt werden.

⁵⁹Vgl. Abbildung 2.47

mit $\hat{s}_m(t) \neq \text{konstant}$, Anzahl der Signalzustände m $\in \{1, 2, ..., 16\}$, modulierender Amplitude, Nyquistimpulsfolge g(t), $\hat{s}_T = 1$, n = 1, 2, 3, ..., i und $i \rightarrow \infty$

Ein mQAM-moduliertes Signal, das den in Abbildung 2.48 dargestellten Modulationsvorgang widerspiegelt, kann m. H. von Gleichung 2.36 folgendermaßen mathematisch dargestellt werden (Gleichung 2.37):

$$s_{mQAM}(t) = \hat{s}_I(t) \cdot \sin \omega_T t + \hat{s}_Q(t) \cdot \cos \omega_T t$$
(2.37)

mit der im I-Zweig ($\hat{s}_I(t)$) und im Q-Zweig ($\hat{s}_Q(t)$) zu modulierenden zeitveränderlichen Amplitude.

Die Differenzierung im Amplitudenwert innerhalb eines Modulationszweiges des I-Q-Modulators kann technisch dadurch erreicht werden, dass bei jedem Amplitudenpaar die Amplitude eines der beiden Signale (in Abbildung 2.48, Seite 51 mit b_2 und b_3 gekennzeichnet) soweit in ihrem Wert gedämpft wird, bis sie eine im Vergleich zur Amplitude des jeweils anderen Datensignales (b_1 und b_4) des selben Kanals geringere und gut zu unterscheidende Amplitude aufweist.

Aus Abbildung 2.48 ist ersichtlich, dass die vier Signale innerhalb des I-Q-Modulators paarweise je einem der beiden Kanäle zugeordnet werden. Die Kanäle nutzen als Träger sinusförmige Signale, die sich, wie zuvor erwähnt, lediglich in der Phase um $\frac{\pi}{2}$ unterscheiden (Vgl. Gleichungen 2.30 und 2.31).

Beide Signale werden vor Verlassen des Modulator im Summierer addiert, sodass das 16-QAM-modulierte Signal die Modulationsprodukte beider intern separat im I- und Q-Zweig modulierten Signale nicht erkennen lässt (Vgl. Abbildung 2.49).

Abbildung 2.50 zeigt das Ergebnis einer LT-Spice-Simulation, in welcher beide im Modulationsprodukt enthaltene Signale (I-Signal und Q-Signal) zur Veranschaulichung sichtbar gemacht worden sind, indem das I-Signal nach der Modulation noch mit einem Gleichanteil multipliziert worden ist. In der Realität existiert diese



Abbildung 2.49.: LT-Spice-Simulation einer QAM-Modulation (zeitlicher Verlauf eines QAM-Signals)

Amplitudendämpfung nicht.



Abbildung 2.50.: LT-Spice-Simulation einer QAM-Modulation mit separiertem Iund Q-Signal

Der I-Kanal wird wegen seiner nicht vorhandenen Phasenverschiebung auch als Inphase-Komponente, In-Phase-Komponente⁶⁰, I-Zweig⁶¹, Kophasalkomponente⁶² oder Normalkomponente⁶³ und der Q-Kanal als Quadratur-Komponente⁶⁴, Quadratur-Phase-Komponente⁶⁵ oder Q-Zweig⁶⁶ bezeichnet.

Wie aus Abbildung 2.52 zu erkennen ist, sind bei dieser Symbolkonstellation drei Amplitudenwerte und - pro Quadrant betrachtet - drei Phasenwinkel differenzierbar. Es sind insgesamt demnach drei Amplitudenwerte mit zwölf Phasenwinkeln kombinierbar, um die 16 möglichen 4-Bit-Sequenzen (Symbole) als elektrische Signale darzustellen.

⁶⁰Kammeyer, 2018, S. 19, Dellsperger, 2018, S. 139

⁶¹Mäusl, 2002, S. 165

⁶²Werner, 2017, S. 256

⁶³Kammeyer, 2018, S. 260

⁶⁴Pehl, 2001, S. 265, 266

⁶⁵Dellsperger, 2018, S. 139

⁶⁶Mäusl, 2002, S. 165



Abbildung 2.51.: Beispiel eines Symbolkonstellationsdiagramms mit positiven und negativen Sinus- und Kosinuskomponenten



Abbildung 2.52.: Beispiel eines Symbolkonstellationsdiagramms für eine 16wertige QAM mit ihren Amplituden und Phasenwinkeln und Sinus- und Kosinuskomponenten

Um Berechnungen zu vereinfachen, bietet es sich an, die Lage der Symbole innerhalb des kartesischen Koordinatensystems auf Gemeinsamkeiten hin zu prüfen.

Aus Abbildung 2.52 lässt sich Folgendes feststellen: Die Amplituden farblich gleich markierter Symbole haben die selben Werte. Bei den Phasenwinkeln ist zu erkennen, dass blau markierte Symbole von der jeweils nächst gelegenen Koordinatenachse aus betrachtet, den selben Wert aufweisen, ebenso wie in ihren Amplituden, und dass die rot und grün markierten Symbole den selben Phasenwinkel $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ besitzen, sich aber in ihrer Amplitude unterscheiden. Es lässt sich daher bspw. die Lage eines gesuchten Symbols aus dem IV. Quadranten einfacher durch Spiegelung eines bereits berechneten Symbols des I. Quadranten an der Abszisse ermitteln.⁶⁷ Um einen positiven Winkel zu erhalten, muss noch wegen der Lage des Symbols im IV. Quadranten der Winkel 2π addiert werden ($\varphi = \varphi_{temp} + 2\pi$). Es ergeben sich



Abbildung 2.53.: Beispiel eines Symbolkonstellationsdiagramms für eine 16wertige QAM

in Bezug auf die Konstellation der 4-Bit-graycodierten Symbole mehrere Möglichkeiten bei einer 16-wertigen QAM,⁶⁸ aber auch in Bezug auf die Geometrie, also die räumliche Anordnung der Symbole.⁶⁹ Jedoch gilt als anzustrebende Konstellation wegen aus ihrer abstandsgleichen Symbolanordnung resultierenden hohen Störfestigkeit die quadratische. In einigen Fällen ist sie nicht realisierbar, z. B.

⁶⁷Durch die Spiegelung an der Abszisse wird der Winkel negativ.

⁶⁸z. B. Werner, 2017 und Xiong, 2006, S. 461

⁶⁹z. B. Xiong, 2006, S. 451

bei ungerader Symbolanzahl n und bei der 128-QAM (Vgl. Abbildung 2.44, Seite 48).

Demnach lässt die Graycodierung mehrere Möglichkeiten zu, solange die Bedingung erfüllt bleibt, dass sich jedes Symbol zu seinen Nachbarn um genau ein Bit unterscheidet (Vgl. Abbildung 2.54 mit Abbildung 2.53).



Abbildung 2.54.: Alternative graycodierte Symbolkonstellationen einer 16-QAM (Linke Abbildung: entnommen aus Werner, 2017, S. 275, rechte Abbildung: entnommen aus Xiong, 2006, S. 461)

Da für das Berechnungsbeispiel eine Zuordnung benötigt wird, soll nun eine willkürlich gewählte, ebenfalls dem Graycode entsprechende quadratische 16-QAM-Konstellation entwickelt werden.

Für die ersten beiden graycodierten Bit der 16-QAM-Symbole wird für die vier Quadranten die Zuordnung gewählt (Tabelle 2.5).

II. Quadrant: 10xx	I. Quadrant: 00xx
III. Quadrant: 11xx	IV. Quadrant: 01xx

Tabelle 2.5.: Schritt 1/4: Zuordnung der ersten beiden graycodierten Bit für 16-QAM-Symbole für die 4 Quadranten

Demnach beginnen alle Symbole im ersten Quadranten mit der Bitsequenz 00, alle Symbole des zweiten Quadranten mit 10 usw.

Dann erfolgt für die letzten beiden Bit des ersten Quadranten die Zuordnung für die vier Symbole (Tabelle 2.6), wobei auf die Einhaltung o.g. Bedingung des Graycodes geachtet werden muss.

Tabelle 2.6.: Schritt 2/4: Zuordnung der letzten beiden graycodierten Bit für 16-QAM-Symbole für die 4 Quadranten

Aus Tabelle 2.5 für die ersten beiden Bit und aus Tabelle 2.6 für die letzten beiden Bit ergeben sich die vier Symbole für den ersten Quadranten (Tabelle 2.7).

Tabelle 2.7.: Schritt 3/4: Zusammenführung der 4 graycodierten Bit für alle 16-QAM-Symbole des 1. Quadranten

Wie die gesamte Symbolkonstellation jetzt aussieht, zeigt Tabelle 2.8.

10xx	10xx	0010	0011
10xx	10xx	0000	0001
11xx	11xx	01xx	01xx
11xx	11xx	01xx	01xx

Tabelle 2.8.: Zuordnung der letzten beiden graycodierten Bit für 16-QAM-Symbole für alle Quadranten

Letzter Schritt: Abschließend werden die in Tabelle 2.8 fett gedruckten vier Bitpaare des I. Quadranten jeweils aus dem I. Quadranten heraus einmal an der Ordinate (in den II. Quadranten), ein weiteres Mal an der Abszisse (in den IV. Quadranten)

gespiegelt und danach 180° um den Ursprung (in den III. Quadranten) gedreht. Damit ist die Symbolkonstellation komplett. Ein Vergleich des Ergebnisses in Tabelle 2.9 mit Abbildung 2.53 zeigt Übereinstimmung.

1011	1010	0010	0011	
1001	1000	0000	0001	
1101	1100	0100	0101	
1111	1110	0110	0111	

Tabelle 2.9.: Schritt 4/4: Zuordnung der letzten beiden graycodierten Bit für 16-QAM-Symbole für alle Quadranten

Es soll nun anhand eines konkreten Beispiels demonstriert werden, wie man eine Bitfolge mittels der zuvor erzeugten 16-QAM aus Abbildung 2.53, bzw. Tabelle 2.9 in eine Signalfolge umsetzt. Als Beispiel wird der Auszug folgender willkürlich gewählter und mittels 16-QAM zu modulierender Bitsequenz angenommen: 1101000001001111. Diese wird in 4-Bit-große Gruppen aufgeteilt: 1101, 0000, 0100 und 1111. Jede Gruppe steht für ein Symbol. Diese vier Symbole sind in Abbildung 2.55 rot markiert.

Zur Berechnung von Amplitudenwert \hat{s} und Phasenwinkel φ werden die aus Trigonometrie und Wechselstromlehre bekannten Formeln verwendet (Gleichung 2.38).

$$\hat{s} = \sqrt{x^2 + y^2}$$
 $\varphi = \arctan \frac{y}{x}$ (2.38)

Der in Tabelle 2.10 berechnete Phasenwinkel φ des 16-QAM-Symbols 1101 berechnet sich m. H. von Gleichung 2.38 (rechts) bspw. wie folgt:

$$\varphi_{temp} = \arctan \frac{y}{x}$$
$$\varphi_{temp} = \arctan \frac{-1}{-3}$$
$$\varphi_{temp} = 0.32175 \ rad$$

Der Phasenwinkel ist mit φ_{temp} symbolisiert, da es sich um einen Zwischenwert,



Abbildung 2.55.: Symbolkonstellationsdiagramm mit Steigungsdreieck, Hilfskreisen und Einträgen zum Berechnungsbeispiel der Amplitudenwerte und Phasenwinkel für eine 16-wertige QAM

also einen temporären Wert handelt. Denn wegen der Lage des Symbols im III. Quadranten ist eine Winkelkorrektur erforderlich:

$$arphi = arphi_{temp} + \pi$$

 $arphi = 0.32175 \ rad + \pi$
 $arphi = 3.46 \ rad$

Da der Phasenwinkel im Bogenmaß berechnet wird, erfolgt danach, sofern gewünscht, die Umrechnung in Grad über Multiplikation des Wertes des Phasenwinkels φ mit $\frac{180^{\circ}}{\pi}$. Die jeweiligen Amplitudenwerte und Phasenwinkel pro Symbol sind in Ergebnistabelle 2.10 zusammengefasst. Wie erkennbar ist, ist in Abhängigkeit des Quadranten des zu berechnenden Symbols in einigen Fällen ein entsprechender Winkel zum Wert von φ_{temp} zu addieren, um den tatsächlichen Phasenwinkel φ zu erhalten. Denn bei allen Phasenberechnungen ist von der nächst liegenden Achse des Koordinatensystems ausgegangen worden.

Beispielsweise liegt das Symbol 1101 im dritten Quadranten, die Berechnung, bzw. Ausmessung für die x- und y-Werte erfolgte aber ohne Berücksichtigung der ersten beiden Quadranten, somit ist zum berechneten Winkel φ_{temp} noch π (180°) zu addieren.

Die Werte für x und y sind durch Ausmessen und Auszählen aus einer Handskizze bestimmt worden, aus welcher Abbildung 2.55 entstanden ist.

Symbol	ŝ	φ	у	Х	φ_{temp}	Quadrant
1101	3.16 V	198.44° ($\varphi_{temp} + \pi$)	-1	-3	0.3218 rad	III
0000	1.00 V	$45.00^{\circ} (\varphi = \varphi_{temp})$	1	1	$\frac{1}{4}\pi$	Ι
0100	1.00 V	$-45.00^{\circ} (0 - \varphi_{temp})$	-1	-1	$\frac{1}{4}\pi$	IV
1111	4.24 V	$225.00^{\circ} (\varphi_{temp} + \pi)$	-3	-3	$\frac{1}{4}\pi$	III

Tabelle 2.10.: Berechnung und Zuordnung 4-Bit-Symbol zu Signalwert bei 16-QAM

Das Spektrum der mQAM ist vergleichbar mit den Spektren von mASK und mPSK. Im simulierten Frequenzspektrum wird die Ähnlichkeit mit bspw. dem der ASK deutlich (Vgl. Frequenzspektren der Abbildungen 2.56 und 2.23, Seite 30).



Abbildung 2.56.: LT-Spice-Simulation der FFT einer QAM-Modulation zur Darstellung des Frequenzspektrums

Abbildung 2.57 veranschaulicht den Weg, welchen der zu übertragende Bitstrom, der mittels I-Q-Modulation ein QAM-Signal und mittels Demodulation eine Kopie des Original-Bitstroms wird, nimmt.



Abbildung 2.57.: Blockschaltbild zum Prinzip von Modulation und Demodulation einer QAM (entnommen aus Werner, 2017, S. 275)

Erwartungsgemäß ist dieser Weg auch für das QAM-Signal nicht störungsfrei passierbar, was sich in der Wahl unterschiedlicher Symbole der Signale vor und nach dem Übertragungskanal ($s(t) \rightarrow r(t)$) widerspiegelt. Abbildung 2.58 zeigt ein in der Praxis häufig anzutreffendes Problem bei der Detektion auf, hier am Beispiel des Symbols 0011.



Abbildung 2.58.: Entscheidungsgebiet zum Symbol 0011 (entnommen aus Werner, 2017, S. 276)

Das zu ihm gehörende Entscheidungsgebiet, welches ein Ausschnitt aus dem Signalraumkonstellationsdiagramm einer 16-QAM im Empfänger ist (Vgl. Abbildung 2.59), wurde in der Abbildung grau markiert.

Es sind die drei zum Symbol 0011 gehörenden Vektoren zur Detektion (d), zum Signal (s) und zum Fehler (e) eingezeichnet. Der Fehlervektor resultiert folglich aus der zwischen Signalvektor und Detektionsvektor auftretenden Abweichung im

Empfänger (e = d - s).



Abbildung 2.59.: Detektionsvektoren einer 16-QAM (entnommen aus Werner, 2017, S. 278)

Durch Rauschen, Gruppenlaufzeitverzerrungen, aber auch durch Drehung des Signalraums, wie sie in Abbildung 2.60 zu sehen ist, kann ein Fehlervektor verursacht werden.



Abbildung 2.60.: Signalraumdrehung bei einer 16-wertigen QAM (entnommen aus Kammeyer, 2018, S. 324)

Solange das durch eine Interferenz beeinträchtigte detektierte Symbol sein Entscheidungsgebiet nicht verlässt, entsteht kein Symbolfehler.

2.6. Anforderungen an heutige Übertragungssysteme

Digitale Modulationsverfahren sind unterschiedlich anfällig gegenüber Störungen, die während der Signalübertragung auftreten können. Das sind Rauschen und Signalverzerrungen in Bezug auf Phase und Dämpfung.⁷⁰

Für die Auswahl eines für einen bestimmten Zweck geeigneten Modulationsverfahren ist es daher wichtig, bereits bei der Planung einer Übertragungsstrecke ein zuverlässiges Beurteilungskriterium zur Verfügung zu haben. Digitale Modulationsverfahren lassen sich in ihrer (Übertragungs-) Güte bewerten. Dazu dienen als Kriterium vor allem Eigenschaften, wie die Bitfehlerhäufigkeit (BER - Bit Error Rate), das Augendiagramm und die Bandbreitenausnutzung (spektrale Effizienz).

In der Fachliteratur⁷¹ wird häufig die Bitfehlerwahrscheinlichkeit mit der Bitfehlerhäufigkeit, bzw. Bitfehlerrate unter der Abkürzung BER gleichgesetzt, was nicht ganz korrekt ist. Einige Autoren⁷² weisen darauf hin, dass dies aus Vereinfachungsgründen geschehe und die Bitfehlerwahrscheinlichkeit eine von einer gegen Unendlich strebenden Bitanzahl ausgehende theoretische Größe, die Bitfehlerrate hingegen eine in der Praxis ermittelte Größe sei, die folglich von einer endlichen Bitanzahl ausgehe, da sie gemessen oder simuliert werde.

Wie bei analogen Übertragungssystemen der Signal-Geräusch-Abstand (SNR -Signal to Noice Ratio) als wichtigstes Qualitätskriterium dient, ist dies bei digitalen Übertragungssystemen die Bitfehlerrate BER. Zwischen BER und SNR besteht über die Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_e ein wichtiger Zusammenhang, denn diese wird in der Nachrichtentechnik üblicherweise auf das logarithmische Verhältnis

⁷⁰Werner, 2017, S. 166 und 276

⁷¹z. B. Pehl, 2001, S. 273 und Wrobel, 2004, S. 76

⁷²z. B. Mäusl, 2002, S. 125, Definition 3.1

der Leistungen von Nutzsignal (S) und Rauschsignal (N) bezogen: 73

Für eine zu erzielende Begrenzung der BER ist ein minimal notwendiges Signal-Rausch-Leistungsverhältnis $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)$ erforderlich. Die Angabe dieses Wertes ermöglicht außerdem den Vergleich der digitalen Modulationsverfahren.

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot erfc\left(\sqrt{S/(2N)}\right) \tag{2.39}$$

mit $\frac{S}{N} = \frac{\hat{U}^2}{\delta^2} \longrightarrow \frac{S}{N_{dB}} = 10 \cdot log_{10} \left(\frac{S}{N}\right) dB$ und mit der Gaußschen Fehlerfunktion⁷⁴ erf() sowie deren Komplementärfunktion erfc()



Abbildung 2.61.: Bitfehlerwahrscheinlichkeit BPSK, QPSK und mQAMs (entnommen aus Werner, 2017, S. 282)

Aus Formel 2.39 und Abbildung 2.61 ist ersichtlich, dass schon bei einer geringen Reduzierung der mittleren Rauschleistung (δ^2) und folglich wachsendem Signal-Rausch-Abstand⁷⁵ die Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_e^{76} linear exponentiell

⁷³Werner, 2017, S. 200

⁷⁴Mehr zur Fehlerfunktion findet sich im Standardwerk von Abramowitz, 1972, S. 297 ff. in Kapitel 7, verfasst von Walter Gautschi

⁷⁵in Abbildung 2.61 als logarithmisches Verhältnis von $\frac{E_b}{N_0}$ gekennzeichnet

⁷⁶in Abbildung 2.61 mit P_b beschriftet

abnimmt.

Typische Werte für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit liegen bei 10^{-6} bis 10^{-9} (leitungsgebundene Übertragungskanäle)⁷⁷ und bei 10^{-9} bis 10^{-12} (optische Übertragungstechnik).⁷⁸ Ein Bitfehlerwahrscheinlichkeits-Wert von 10^{-6} sagt aus, dass bei 10^6 übertragenen Bit nur ein einziges Fehlerbit auftritt. Diese Bitfehler-Werte sind nicht nur von der Art des eingesetzten digitalen Modulationsverfahrens abhängig, sondern lassen sich durch Maßnahmen, wie Fehlerprüfung und -korrektur (Kanalcodierung), Mehrfachsendung, durch Matched Filter, die als an das jeweilige Signal angepasste Filter den SNR zum Detektionszeitpunkt maximieren, erheblich verbessern.⁷⁹

2.7. Resumé

Wichtigste Vertreter der linearen Modulationsverfahren sind PSK und QAM.⁸⁰ Beide wurden in dieser Arbeit ausführlich betrachtet. Ihre Spektren sind geschlossen berechenbar, diejenigen nicht linearer Verfahren, wie dem FSK, hingegen benötigen eine aufwändige numerische Berechnung, was ihrer Praxistauglichkeit und ihrem ökonomisch sinnvollen Einsatz entgegensteht.

Der Modulator selbst aber ebenso der Demodulator benötigen in ihren Eigenschaften optimierte Sendesignale. Man denke hierbei beispielsweise an die Impulsformung und ihre Auswirkungen: Ihre optimierte Formung führt im Frequenzbereich zur Maximierung der Bandbreiteneffizienz und im Zeitbereich zu optimal detektierbaren Übergängen zwischen den Impulsen und folglich zur Reduzierung der Fehlerwahrscheinlichkeit.

⁷⁷Werner, 2017, S. 167 und S. 200

⁷⁸Wrobel, 2004, S. 76

⁷⁹Werner, 2017, S. 204

⁸⁰Kammeyer, 2018, S. 259

Es ist deutlich geworden, dass es das eine, für alle Nachrichtenstrecken passende Modulationsverfahren nicht geben kann, da die Anforderungen an heutige Übertragungssysteme vollkommen verschieden sind. Man vergleiche beispielsweise die Anforderungen stark gestörter Mobilfunkstrecken mit zwei über ein LAN-Kabel verbundene Computer einerseits und die zu übertragenden Daten von HD-Fernsehen mit den Daten eines Telefongespräches andererseits, um sich die Erfordernis der Differenzierung vor Augen zu führen.

Auch dass es eine maximale Verfügbarkeit aller gewünschten Eigenschaften weder bei einem Nachrichtenübertragungssystem noch bei einem Modulationsverfahren geben kann, ist an vielen Stellen aufgezeigt worden. Folglich sind bei der Auswahl eines Verfahrens immer Kompromisse zwischen Kanaleffizienz und Störungssicherheit zu suchen und einzugehen.

Es ist in dieser Arbeit vor allem aber auch deutlich geworden, dass Modulation keinesfalls separat betrachtet werden, der Modulator also kein "Einzelkämpfer" sein kann. Das Hauptziel eines Modulators ist es daher nicht, mittels "cleverer" Strategie und Technik (Modulationsverfahren) kleinstmögliche Datenpakete mit maximalem Informationsgehalt zu "produzieren" und in "enge" (schmalbandige) "Transportvehikel" zu "stopfen".

Ein elementarer, den Modulator und seine Arbeit unmittelbar betreffender Aufgabenteil innerhalb eines Übertragungssystems, dessen Komponenten "Hand in Hand" arbeiten müssen, ist Kommunikation mit den anderen Gliedern der Strecke. Es ist folglich genau das, was dieses System ermöglichen soll, nämlich störungsund verzögerungsfreie Kommunikation zwischen Sender und Empfänger, auch zwischen den Komponenten der Nachrichtenstrecke selbst erforderlich, um die gestellten Informationstransportaufgaben optimal erfüllen zu können.

A. Abkürzungen

AM	Amplitude Modulation
APSK	Amplitude Phase Shift Keying
ASK	Amplitude Shift Keying
BER	Bit Error Rate
BPSK	Binary Phase Shift Keying (Binäre Phasenumtastung)
CPFSK	Continuous Phase Frequency Shift Keying
DFT	Diskrete Fourier Transformation
DM	Delta Modulation
DPCM	Differential Pulse Code Modulation
DPSK	Differential PSK (differenzielle Phasenumtastung)
EDR	Enhanced Data Rate
FFT	Fast Fourier Transformation
FM	Frequency Modulation
FSK	Frequency Shift Keying
HD	High Definition
HF	Hochfrequenz
ISI	Intersymbolinterferenzen
KKF	Kreuzkorrelationsfunktion
LAN	Local Area Network
NF	Niedrigfrequenz
NRZ	Nonreturn to Zero
OOK	(binary) On-Off Keying, ist identisch mit ASK
OSB	oberes Seitenband
PAM	Pulse Amplitude Modulation

A. Abkürzungen

PCM	Pulse Code Modulation
PDM	Pulse Duration Modulation
PFM	Pulse Frequency Modulation
PM	Phase Modulation (analog) oder Pulse Modulation (digital)
PPM	Pulse Phase Modulation
PRBS	Pseudo Random Bit Sequence
PSK	Phase Shift Keying (Phasenumtastung)
QAM	Quadrature Amplitude Modulation (Vgl. auch QAPSK)
QAPSK	Quadrature Amplitude Phase Shift Keying, identisch mit digitaler QAM
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying, identisch mit 4-PSK
USB	hier: unteres Seitenband
WLAN	Wireless Local Area Network

B. Formelzeichen

Formel	Maßeinheit	Erläuterung
A	_	Amplitude
B_N	Hz	Nyquistbandbreite
B _{ii}	Hz	Übertragungsbandbreite
c_0	$\frac{m}{s}$	Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum
d(t)		zeitabhängiges Digitalsignal
E_b	Ws	Signalenergie eines Bit, auch in dBmJ
f	$\frac{1}{s}$	Variable der Frequenz
f_0	$\frac{1}{s}$	Resonanzfrequenz
f_b	$\frac{1}{s}$	Bitfrequenz
f_g	$\frac{1}{s}$	Grenzfrequenz
f_m	$\frac{1}{s}$	Modulationsfrequenz (modulierende Frequenz)
fü	$\frac{1}{s}$	Übertragungsfrequenz
G(f)		Spektrale Leistungsdichte als Funktion der Frequenz
т	_	Anzahl der Schieberegister oder Wertigkeit einer Modulation
N_0	Ws	spektrale Rauschleistungsdichte, auch in dBm/Hz (siehe auch δ^2)
n	_	Bitanzahl
P_b, P_e	_	Fehlerwahrscheinlichkeit
$s_{ASK}(t)$	_	ASK-moduliertes Signales als Funktion der Zeit
$s_{bipolar}(t)$	—	Modulierendes bipolares Basisbandsignal als Funktion der Zeit
$s_{Daten}(t)$	—	Informationstragendes Basisbandsignal als Funktion der Zeit
$s_{FSK}(t)$	_	FSK-moduliertes Signales als Funktion der Zeit
$s_m(t)$	_	Modulierendes Signal als Funktion der Zeit
$s_{m_{bipolar}}(t)$	_	Mod. Signal als Funktion der Zeit mittels bipolaren Basisbandsignals
-		

B. Formelzeichen

$s_{m_{unipolar}}(t)$	_	Mod. Signal als Funktion der Zeit mittels unipolaren Basisbandsignals
$s_{PSK}(t)$	_	PSK-moduliertes Signal als Funktion der Zeit
$s_{QAM}(t)$	_	QAM-moduliertes Signal als Funktion der Zeit
$s_T(t)$	_	Trägersignal als Funktion der Zeit
$s_{unipolar}(t)$	_	Modulierendes unipolares Basisbandsignal als Funktion der Zeit
ŝ	_	Amplitude, Scheitelwert, Spitzenwert eines Signales
\hat{s}_m	_	Amplitude des modulierenden Signal
\hat{s}_T	_	Amplitude des Trägersignales
T_A	S	Abtastdauer
T_b	S	Bitdauer
T_{RZ}	S	Bitdauer eines RZ-Leitungscodes
T_S	S	Symbolabstand
t_f	S	fall time, Zeit des Flankenabfalls (negative Flanke)
t_{fI}	S	wie t_f in Bezug auf Sender
t_{f2}	S	wie t_f in Bezug auf Empfänger
t _r	S	rise time, Zeit des Flankenanstiegs (positive Flanke)
t_{rl}	S	wie t_r in Bezug auf Sender
t_{r2}	S	wie <i>t_r</i> in Bezug auf Empfänger
\hat{u}_m	V	Amplitude eines modulierenden Spannungssignales
V _{SS}	V	Spitze-Spitze-Wert einer Wechselspannung
v _b	$\frac{bit}{s}$	Bitrate
Vs	$\frac{bit}{s}$	Symbolrate
δ^2	Ws	spektrale Rauschleistungsdichte, auch in dBm/Hz (siehe auch N_0)
φ	rad	Phasenwinkel
φ_m	rad	Phasenwinkel des modulierenden Signales
φ_T	rad	Phasenwinkel des Trägersignales
φ_{temp}	rad	Zwischenergebnis bei der Berechnung eines Phasenwinkels
Ω	$\frac{1}{s}$	Kreisfrequenz des Trägersignales $(2\pi f_T)$
ω	$\frac{1}{s}$	Kreisfrequenz
ω_S	$\frac{1}{s}$	Kreisfrequenz des Basisbandsignales
ω_T	$\frac{1}{s}$	Kreisfrequenz des Trägersignales
	3	

0.1		2
2.1.	Signalverarbeitungskette	3
2.2.	4-Bit-Schieberegister zur Realisierung pseudozufälliger Sequen-	
	zen (entnommen aus Tietze und Schenk, 1980, S. 510)	5
2.3.	Einfache Leitungscodes (entnommen aus Lochmann, 1995, S. 72)	6
2.4.	Biphase Leitungscodes (entnommen aus Dellsperger, 2018, S. 103)	8
2.5.	Vergleich der spektralen Leistungsdichte von Leitungscodes (ent-	
	nommen aus Dellsperger, 2018, S. 111)	8
2.6.	Prinzip der digitalen Modulation eines Sinusträgers	13
2.7.	Zeitverlauf und Frequenzspektrum eines bipolaren Signals (ent-	
	nommen aus Dellsperger, 2011, S. 3)	16
2.8.	Zeitverlauf und Frequenzspektrum eines Sinusträgersignals (ent-	
	nommen aus Dellsperger, 2011, S. 3)	17
2.9.	Zeitverlauf und Frequenzspektrum eines 2-PSK-modulierten Si-	
	gnals (entnommen aus Dellsperger, 2011, S. 3)	17
2.10.	Modulationsparameter eines Sinusträgersignals	18
2.11.	Elementare digitale Modulationen eines sinusförmigen Trägersignals	19
2.12.	Rechteckimpuls ohne Störung (oben) und verrauschter Rechteckim-	
	puls (unten)	21
2.13.	Augendiagramm (entnommen aus Werner, 2017, S. 209)	22
2.14.	Augendiagramm mit fehlerhaftem Detektionszeitpunkt (entnom-	
	men aus Werner, 2017, S. 210)	23
2.15.	Übersicht Modulationsverfahren und Themeneingrenzung	23
2.16.	Periodischer Rechteckimpuls im Zeitbereich (unipolar)	25
2.17.	Periodischer Rechteckimpuls im Zeitbereich (bipolar)	25

2.18.	Simulation des Spektrums eines Rechteckimpulses mit einer Grund-	
	frequenz von 1 kHz	25
2.19.	Simulation Spektrum einer Rechteckimpulsfolge mittels FFT	26
2.20.	Frequenzspektrum (links) und Leistungsspektrum (rechts) mit Hüll-	
	kurvenformung entsprechend einer $ si(x) $ -Funktion (entnommen aus	
	Dellsperger, 2018, S. 105)	27
2.21.	Separate Darstellung des zeitlichen Verlaufs eines OOK-Signals	
	und seines Trägers (Simulation mittels Electronics Workbench)	28
2.22.	Darstellung des zeitlichen Verlaufs eines OOK-Signals als zwei-	
	wertiges ASK-Signal und seines binären Nachrichtensignals	29
2.23.	Darstellung des zeitlichen Verlaufs eines OOK-Signals als zwei-	
	wertiges ASK-Signal	30
2.24.	Mit Matlab simulierte Signalverläufe des ASK	31
2.25.	inkohärentes (a) und kohärentes (b) Demodulationsprinzip bei der	
	binären ASK (entnommen aus Pehl, 2001, S. 237)	32
2.26.	Prinzipskizze Hüllkurvendetektor	32
2.27.	Schaltung Hüllkurvendetektor mit Diode und RC-Glied	32
2.28.	Zeitverlauf Hüllkurvendetektor	33
2.29.	Zeitverlauf eines FSK-Signals	34
2.30.	Darstellung Frequenzhub eines FSK-Signals	35
2.31.	Beispiel für einen Phasensprung (entnommen aus Stadler, S. 136)	36
2.32.	Flankenformen (entnommen aus Lochmann, 1990, S. 46)	36
2.33.	Amplitudenbegrenzer (entnommen aus Stadler, 1991, S. 206)	37
2.34.	LT-Spice-Simulation der FFT einer FSK-Modulation zur Darstel-	
	lung des Frequenzspektrums	38
2.35.	inkohärentes (a) und kohärentes (b) Demodulationsprinzip bei der	
	binären FSK (entnommen aus Pehl, 2001, S. 241)	39
2.36.	Darstellung des zeitlichen Verlaufs eines BPSK-Signals als zwei-	
	wertiges PSK-Signal und seines binären Nachrichtensignals	40
2.37.	Phasenstern eines BPSK (graycodiert)	40
2.38.	Phasenstern eines 4-PSK (graycodiert)	41
2.39.	Phasenstern eines 8-PSK (graycodiert)	41

2.40.	LT-Spice-Simulation der FFT einer binären PSK-Modulation zur	
	Darstellung des Frequenzspektrums	42
2.41.	kohärentes Demodulationsprinzip bei der binären PSK (entnom-	
	men aus Pehl, 2001, S. 243)	43
2.42.	Zeitverlauf eines vierwertigen PSK-Signals (QPSK)	45
2.43.	Entscheidungsbereiche verschiedener PSK-Modulationen (entnom-	
	men aus Freyer, 2015, S. 198 und 199)	46
2.44.	Symbolkonstellationen verschiedenwertiger QAMs (entnommen aus	
	Xiong, 2006, S. 456)	48
2.45.	Vergleich der Fehlerwahrscheinlichkeit verschiedenwertiger QAMs	
	(entnommen aus Xiong, 2006, S. 466)	49
2.46.	Vergleich der Symbolkonstellation im selben Raum zwischen 16-	
	QAM und 16-PSK (entnommen aus Freyer, 2015, S. 201)	50
2.47.	Zusammenhang Sinus und Kosinus, bzw. I- und Q-Komponente .	50
2.48.	Prinzipskizze der Realisierung einer 16-wertigen QAM mittels 4	
	Modulatoren und 2 Kanälen	51
2.49.	LT-Spice-Simulation einer QAM-Modulation (zeitlicher Verlauf ei-	
	nes QAM-Signals)	55
2.50.	LT-Spice-Simulation einer QAM-Modulation mit separiertem I-	
	und Q-Signal	55
2.51.	Beispiel eines Symbolkonstellationsdiagramms mit positiven und	
	negativen Sinus- und Kosinuskomponenten	56
2.52.	Beispiel eines Symbolkonstellationsdiagramms für eine 16-wertige	
	QAM mit ihren Amplituden und Phasenwinkeln und Sinus- und	
	Kosinuskomponenten	56
2.53.	Beispiel eines Symbolkonstellationsdiagramms für eine 16-wertige	
	QAM	57
2.54.	Alternative graycodierte Symbolkonstellationen einer 16-QAM (Lin-	
	ke Abbildung: entnommen aus Werner, 2017, S. 275, rechte Abbil-	
	dung: entnommen aus Xiong, 2006, S. 461)	58
2.55.	Symbolkonstellationsdiagramm mit Steigungsdreieck, Hilfskreisen	
	und Einträgen zum Berechnungsbeispiel der Amplitudenwerte und	
	Phasenwinkel für eine 16-wertige QAM	61

2.56. LT-Spice-Simulation der FFT einer QAM-Modulation zur Darstel-	
lung des Frequenzspektrums	62
2.57. Blockschaltbild zum Prinzip von Modulation und Demodulation	
einer QAM (entnommen aus Werner, 2017, S. 275)	63
2.58. Entscheidungsgebiet zum Symbol 0011 (entnommen aus Werner,	
2017, S. 276)	63
2.59. Detektionsvektoren einer 16-QAM (entnommen aus Werner, 2017,	
S. 278)	64
2.60. Signalraumdrehung bei einer 16-wertigen QAM (entnommen aus	
Kammeyer, 2018, S. 324)	64
2.61. Bitfehlerwahrscheinlichkeit BPSK, QPSK und mQAMs (entnom-	
men aus Werner, 2017, S. 282)	66

D. Tabellenverzeichnis

2.1.	Zuordnung Symbol zu Signalwert bei ASK, FSK und PSK	18
2.2.	Zuordnung Symbol zu Signalwert beim ASK	29
2.3.	Zuordnung Symbol zu Signalwert beim FSK	35
2.4.	Zuordnung Symbol zu Signalwert beim BPSK	40
2.5.	Schritt 1/4: Zuordnung der ersten beiden graycodierten Bit für 16-	
	QAM-Symbole für die 4 Quadranten	58
2.6.	Schritt 2/4: Zuordnung der letzten beiden graycodierten Bit für 16-	
	QAM-Symbole für die 4 Quadranten	59
2.7.	Schritt 3/4: Zusammenführung der 4 graycodierten Bit für alle 16-	
	QAM-Symbole des 1. Quadranten	59
2.8.	Zuordnung der letzten beiden graycodierten Bit für 16-QAM-Symbole	;
	für alle Quadranten	59
2.9.	Schritt 4/4: Zuordnung der letzten beiden graycodierten Bit für 16-	
	QAM-Symbole für alle Quadranten	60
2.10.	Berechnung und Zuordnung 4-Bit-Symbol zu Signalwert	62

Literatur

- Abramowitz, Milton; Stegun, Irene A. (Hrsg.) (1972): Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. 10., korrigierte Auflage, New York
- [2] Bossert, Martin; Frey, Thomas (2008): Signal- und Systemtheorie.2., korrigierte Auflage, Wiesbaden
- [3] Bundschuh, Bernhard; Rennert, Ines (2013): Signale und Systeme. Einführung in die Systemtheorie. München
- [4] Dellsperger, Fritz (2011): Skript Digitale Modulationen, Zugriff am 13. Dez. 2017, Dateiname: WCS_11 – 2bDigiMod.pdf http://www.fritz.dellsperger.net/downloads.html
- [5] Dellsperger, Fritz (2018): Skript Digitale Modulationen, Zugriff am
 17. Mrz. 2018, Dateiname: V7a_3 DigitalModulation_en.pdf
 http://www.fritz.dellsperger.net/downloads.html
- [6] Herter, Eberhard; Lörcher, Wolfgang (2000): Nachrichtentechnik: Übertragung, Vermittlung und Verarbeitung. 8., völlig neu bearbeitete Auflage, München, Wien
- [7] Kammeyer, Karl-Dirk; Dekorsy Armin (2018): Nachrichtenübertragung. 6., erweiterte und aktualisierte Auflage, Wiesbaden

Literatur

- [8] Kories, Ralf; Schmidt-Walter, Heinz (2010): Taschenbuch der Elektrotechnik. Grundlagen und Elektronik. 9., korrigierte Auflage, Frankfurt am Main
- [9] Lochmann, Dietmar (1995): Digitale Nachrichtentechnik. Signale, Codierung, Übertragungssysteme, Netze. Berlin
- [10] Lochmann, Dietmar (1990): Digitale Nachrichtentechnik. Digitale Modulation und Signalverarbeitung. Bd. 1. Berlin
- [11] Mäusl, Rudolf; Göbel, Jürgen (2002): Analoge und digitale Modulationsverfahren. Basisband und Trägermodulation. Heidelberg
- [12] Pehl, Erich (2001): Digitale und analoge Nachrichtenübertragung. Signale, Codierung, Modulation, Anwendungen. 2., überarbeitete Auflage, Heidelberg
- [13] Stadler, Erich (1993): Modulationsverfahren. Modulation und Demodulation in der elektrischen Nachrichtentechnik. 7., überarbeitete und erweiterte Auflage, Würzburg
- [14] Stöcker, Horst (1999): Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren. 4., korrigierte Auflage, Frankfurt am Main
- [15] Tietze, Ulrich; Schenk, Christoph (1980): Halbleiter-Schaltungstechnik. 5., überarbeitete Auflage, Berlin, Heidelberg, New York
- [16] Werner, Martin (2017): Nachrichtentechnik. Eine Einführung für alle Studiengänge. 8., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Wiesbaden
- [17] Wrobel, Christoph P. (2004): Optische Übertragungstechnik in der

Literatur

Praxis. Komponenten, Installation, Anwendungen. 3., aktualisierte und erweiterte Auflage, Bonn

[18] Xiong, Fuqin (2006): digital modulation techniques. Second Edition, Norwood, Massachusetts, United States of America